Pour tester la résistance à la chaleur d'une plaque d'isolation phonique, on porte en laboratoire sa température à 100 ° C et on étudie l'évolution de sa température en fonction du temps t (en minutes).
La température ambiante du laboratoire est de 19 ° C et
On note $y(t)$ la température de la plaque à l'instant t.
La loi de refroidissement de Newton permet de dire que y est solution de l'équation différentielle :

$$\text{(E)} \quad y\,'(t) = \rho(T_0 - y(t))$$

où ρ est une constante qui dépend du milieu où se déroule l'événement et T_0 est la température ambiante de ce milieu.
Dans la suite du problème on prendra $\rho = 0,042$.

Questions

1. Expliquer pourquoi y est solution de l'équation différentielle $y\,' + 0,042y = 0,798$ (E_1).

2. Résoudre l'équation différentielle $y\,' + 0,042y = 0$ (E_0).

3. L'équation différentielle $y\,' + 0,042y = 0,798$ (E_1) admet-elle une solution constante ? Si oui, laquelle ?

4. On rappelle que la plaque est portée à une température de 100 ° C au début de l'expérience.
Représenter la solution particulière y obtenue dans ce cas.

Appeler le professeur.

5. Déterminer le temps à partir duquel la température de la plaque est inférieure à 30 ° C.

(E) $y\,'(t) = \rho(T_0 - y(t)) \Leftrightarrow y\,' = 0,042(19 - y) = 0,798 - 0,042yy \Leftrightarrow y\,' + 0,042y = 0,798$
$g = 0,042$ admet pour primitive $G(t) = 0,042t$ donc les solutions sont les fonctions $y(t) = \lambda \mathrm{e}^{-0,042t}$.

Fonction constante solution :
Si $y = k$ alors $y\,' = 0$ donc $y\,' + 0,042y = 0,798 \Leftrightarrow 0,042k = 0,798 \Leftrightarrow k = 19$.

Solution générale : $y(t) = 19 + \lambda \mathrm{e}^{-0,042t}$.

Condition initiale : $y(0) = 100 \Leftrightarrow 19 + \lambda \mathrm{e}^0 = 100 \Leftrightarrow \lambda = 100 - 19 = 81$.

Solution : $y(t) = 19 - 81\mathrm{e}^{-0,042t}$.

```
1 dsolve([y'+0.042y=0.798,y(0)=100],t,y)
                                81.0*exp(-0.042*t)+19.0
```