Exercice 1 :

Etude de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x^2 + x - 1)\mathrm{e}^{-x}$.

1. Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2. **a.** En écrivant $f(x) = 2x^2.\mathrm{e}^{-x} + x.\mathrm{e}^{-x} - \mathrm{e}^{-x}$. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b. Que pouvez-vous en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$.

3. **a.** Résoudre l'inéquation $-2x^2 + 3x + 2 > 0$.

b. Démontrer que $f'(x) = (-2x^2 + 3x + 2).\mathrm{e}^{-x}$.

c. Établir le tableau de variation de f (on donnera la valeur exacte des extrema).

4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

5. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 2 :

Etude de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x^2 + 9x + 9)\mathrm{e}^{x}$.

1. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. En écrivant $f(x) = 2x^2.\mathrm{e}^{x} + 9x.\mathrm{e}^{x} + 9\mathrm{e}^{x}$.

a. Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b. Que pouvez-vous en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$.

3. **a.** Résoudre l'inéquation $2x^2 + 13x + 18 > 0$.

b. Démontrer que $f'(x) = (2x^2 + 13x + 18)\mathrm{e}^{x}$.

c. Établir le tableau de variation de f (on donnera la valeur exacte des extrema).

4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

5. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 1 :

Etude de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x^2 + x - 1)e^{-x}$.

1. Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
2. a. En écrivant $f(x) = 2x^2.e^{-x} + x.e^{-x} - e^{-x}$, déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
   b. Que pouvez-vous en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$.
3. a. Résoudre l'inéquation $-2x^2 + 3x + 2 > 0$.
   b. Démontrer que $f'(x) = (-2x^2 + 3x + 2).e^{-x}$.
   c. Établir le tableau de variation de f (on donnera la valeur exacte des extrema).
4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
5. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

---

1. Limite en $-\infty$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -\infty} 2x^2 + x - 1 = \lim\limits_{x \to -\infty} 2x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x \to -\infty} e^{-x} = +\infty \end{array}\right\} \lim\limits_{x \to -\infty} (2x^2 + x - 1)e^{-x} = +\infty.$$

2. a. Limite en $+\infty$:

$$\left.\begin{array}{lcl} \lim\limits_{x \to +\infty} 2x^2.e^{-x} & = & 0 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} x.e^{-x} & = & 0 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} -e^{-x} & = & 0 \end{array}\right\} \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0.$$

   b. Nous pouvons en déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet la droite d'équation $y = 0$ pour asymptote en $+\infty$

3. a. Résolution de l'inéquation $-2x^2 + 3x + 2 > 0$: $\Delta = 25$ donc $x_1 = -0.5$ et $x_2 = 2$.
   L'expression $-2x^2 + 3x + 2$ est du signe de a à l'extérieur de l'intervalle des racines.
   Donc $-2x^2 + 3x + 2 > 0$ pour $x \in]-0.5; 2[$.

   b. $f(x) = (2x^2 + x - 1)e^{-x}$ donc $f'(x) = (4x + 1)e^{-x} - (2x^2 + x - 1)e^{-x} = (4x + 1 - 2x^2 - x + 1)e^{-x} = (-2x^2 + 3x + 2)e^{-x}$.

   c. Tableau de variation de f :

x	$-\infty$		-0.5		2		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{e}$	$\nearrow$	$9e^{-3,5}$	$\searrow$	0

4. Equation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 :
   $f(0) = -1$ et $f'(0) = 2$ donc une équation est $y = 2(x - 0) - 1 = 2x - 1$.

5. $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$. $\Delta = 9$ donc $\alpha = -1$ et $\beta = 0.5$.

Exercice 2 :
Etude de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x^2 + 9x + 9)\mathrm{e}^x$.

1. Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. En écrivant $f(x) = 2x^2.\mathrm{e}^x + 9x.\mathrm{e}^x + 9\mathrm{e}^x$.

- **a.** Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
- **b.** Que pouvez-vous en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$.

3.
- **a.** Résoudre l'inéquation $2x^2 + 13x + 18 > 0$.
- **b.** Démontrer que $f'(x) = (2x^2 + 13x + 18)\mathrm{e}^x$.
- **c.** Établir le tableau de variation de f (on donnera la valeur exacte des extrema).

4.
- **a.** Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
- **b.** Quel résultat retrouve t-on ainsi ?

5. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

---

1. Limite en $+\infty$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} 2x^2 + 9x + 9 = \lim\limits_{x \to +\infty} 2x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^x = +\infty \end{array}\right\} \lim\limits_{x \to +\infty} (2x^2 + 9x + 9)\mathrm{e}^x = +\infty.$$

2. **a.** Limite en $-\infty$:

$$\left.\begin{array}{lcl} \lim\limits_{x \to -\infty} 2x^2.\mathrm{e}^x & = & 0 \\ \lim\limits_{x \to -\infty} 9x.\mathrm{e}^x & = & 0 \\ \lim\limits_{x \to -\infty} 9\mathrm{e}^x & = & 0 \end{array}\right\} \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0.$$

b. Nous pouvons en déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet la droite d'équation $y = 0$ pour asymptote en $-\infty$

3. **a.** Résolution de l'inéquation $2x^2 + 13x + 18 > 0$: $\Delta = 25$ donc $x_1 = -2$ et $x_2 = -4.5$.
L'expression $2x^2 + 13x + 18$ est du signe de a à l'extérieur de l'intervalle des racines.
Donc $2x^2 + 13x + 18 > 0$ pour $x \in]-\infty; -4.5[\cup]-2; +\infty[$

b. $f(x) = (2x^2 + 9x + 9)\mathrm{e}^x$ donc $f'(x) = (4x + 9)\mathrm{e}^x + (2x^2 + 9x + 9)\mathrm{e}^{-x} = (4x + 9 + 2x^2 + 9x + 9)\mathrm{e}^x = (2x^2 + 13x + 18)\mathrm{e}^x$.

c. Tableau de variation de f :

x	$-\infty$		-4.5		-2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	0	$\nearrow$	$9\mathrm{e}^{-4,5}$	$\searrow$	$-\mathrm{e}^{-2}$	$\nearrow$	$+\infty$

4. **a.** Equation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 :
$f(0) = 9$ et $f'(0) = 18$ donc une équation est $y = 18(x - 0) + 9 = 18x + 9$.

5. $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 9x + 9 = 0$. $\Delta = 9$ donc $\alpha = -3$ et $\beta = -1.5$.