

**Exercice 1 :**

À l'atelier de coupe, deux machines  $M_1$  et  $M_2$  découpent les pièces, puis celles-ci sont stockées sans distinction de provenance.

La machine  $M_1$  découpe 60% des pièces et 2,5 % de ces pièces sont défectueuses.

La machine  $M_2$  découpe 40% des pièces et 7,5 % de ces pièces sont défectueuses.

On notera  $E_1$  l'événement " La pièce est découpée par la machine  $M_1$  ".

On notera  $E_2$  l'événement " La pièce est découpée par la machine  $M_2$  ".

On notera  $D$  l'événement " La pièce est défectueuse ".

1. On prélève au hasard une pièce de la production totale.  
Calculez les probabilités :  $p(E_1 \cap D)$  ;  $p(E_2 \cap D)$  et  $p(D)$ .
2. Déterminer les probabilités conditionnelles  $p(E_1/D)$  et  $p(E_2/D)$

**Exercice 2 :**

Une usine fabrique deux types de pièces, notées  $a$  et  $b$ , pour du matériel électrique.

Les pièces sont réalisées dans deux matériaux différents, métal et céramique.

Tous les résultats approchés seront arrondis à  $10^{-2}$ .

On admet que, dans un stock de 10 000 pièces :

- 40% des pièces fabriquées sont en céramique ;
- 30% des pièces en céramique sont du type  $a$  ;
- dans les pièces du type  $b$ , il y a autant de pièces métalliques que de pièces en céramique.

1. Représenter les données ci-dessus dans un tableau.
2. On prélève une pièce au hasard dans le stock de 10 000 pièces. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies.

On désigne par :

- $A$  l'événement " La pièce est de type  $a$  " ;
- $B$  l'événement " La pièce est de type  $b$  " ;
- $M$  l'événement " La pièce est en métal " ;
- $C$  l'événement " La pièce est en céramique " ;

- a. Calculer la probabilité que la pièce soit de type  $A$  et en céramique.
- b. Calculer la probabilité que la pièce soit de type  $A$  ou en céramique.
- c. On note  $P_A(C)$  la probabilité de l'événement  $C$  sachant que  $A$  est réalisé. Calculer  $P_A(C)$ .
- d. Calculer la probabilité qu'une pièce soit en métal sachant qu'elle est du type  $b$ .

**Exercice 3 :**

Deux machines  $A$  et  $B$  fabriquent des disques. La machine  $A$  produit 1500 disques par jour ; la machine  $B$  produit 3000 disques par jour.

La probabilité pour qu'un disque ait un défaut est de 0,02 s'il est produit par la machine  $A$  et de 0,035 s'il est produit par la machine  $B$ .

On tire un disque au hasard dans la production du jour.

1. Calculer la probabilité des événements suivants :
  - a.  $A$  : " Le disque est produit par la machine  $A$  " ;
  - b.  $B$  : " Le disque est produit par la machine  $B$  " ;
  - c.  $D$  : " Le disque a un défaut " ;
2. Le disque prélevé a un défaut. Quelle est la probabilité qu'il ait été produit par la machine  $A$  ? par la machine  $B$  ?

**Exercice 4 :** Sur un VTT, on considère que les probabilités de crevaison des pneus avant et arrière pour un parcours donné sont de  $3 \times 10^{-3}$  et  $7 \times 10^{-3}$ .

On suppose de plus que la probabilité de crevaison du pneu arrière, sachant que le pneu avant est crevé, est de 0,6.

Calculer la probabilité :

1. d'avoir les deux pneus crevés ;
2. d'avoir au moins un pneu crevé ;
3. d'avoir un seul pneu crevé ;
4. de ne pas avoir de crevaison.

**Exercice 1 :** À l'atelier de coupe, deux machines  $M_1$  et  $M_2$  découpent les pièces, puis celles-ci sont stockées sans distinction de provenance.

La machine  $M_1$  découpe 60% des pièces et 2,5 % de ces pièces sont défectueuses.

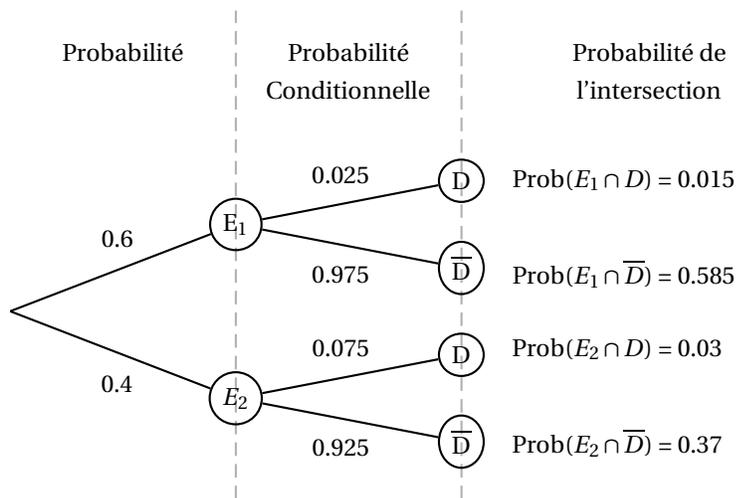
La machine  $M_2$  découpe 40% des pièces et 7,5 % de ces pièces sont défectueuses.

On notera  $E_1$  l'événement " La pièce est découpée par la machine  $M_1$  ".

On notera  $E_2$  l'événement " La pièce est découpée par la machine  $M_2$  ".

On notera  $D$  l'événement " La pièce est défectueuse ".

- On prélève au hasard une pièce de la production totale.  
Calculez les probabilités :  $p(E_1 \cap D)$  ;  $p(E_2 \cap D)$  et  $p(D)$ .
- Déterminer les probabilités conditionnelles  $p(E_1 / D)$  et  $p(E_2 / D)$



- On prélève au hasard une pièce de la production totale.  
 $\text{Prob}(E_1 \cap D) = \text{Prob}(E_1) \times \text{Prob}(D/E_1) = 0.6 \times 0.025 = 0.015$   
 $\text{Prob}(E_2 \cap D) = \text{Prob}(E_2) \times \text{Prob}(D/E_2) = 0.4 \times 0.075 = 0.03$   
 $\text{Prob}(D) = \text{Prob}(E_1 \cap D) + \text{Prob}(E_2 \cap D) = 0.015 + 0.03 = 0.045$ .
- Probabilités conditionnelles  $\text{Prob}(E_1 / D) = \frac{\text{Prob}(E_1 \cap D)}{\text{Prob}(D)} = \frac{0.015}{0.045} = 0.333$   
 $\text{Prob}(E_2 / D) = \frac{\text{Prob}(E_2 \cap D)}{\text{Prob}(D)} = \frac{0.03}{0.045} = 0.667$

### Exercice 2 :

Une usine fabrique deux types de pièces, notées  $a$  et  $b$ , pour du matériel électrique.

Les pièces sont réalisées dans deux matériaux différents, métal et céramique.

Tous les résultats approchés seront arrondis à  $10^{-2}$ .

On admet que, dans un stock de 10 000 pièces :

- 40% des pièces fabriquées sont en céramique ;
- 30% des pièces en céramique sont du type  $a$  ;
- dans les pièces du type  $b$ , il y a autant de pièces métalliques que de pièces en céramique.

1. Représenter les données ci-dessus dans un tableau.

2. On prélève une pièce au hasard dans le stock de 10 000 pièces. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies.

On désigne par :

- $A$  l'événement " La pièce est de type  $a$  " ;
- $B$  l'événement " La pièce est de type  $b$  " ;
- $M$  l'événement " La pièce est en métal " ;
- $C$  l'événement " La pièce est en céramique " ;

a. Calculer la probabilité que la pièce soit de type  $A$  et en céramique.

b. Calculer la probabilité que la pièce soit de type  $A$  ou en céramique.

c. On note  $P_A(C)$  la probabilité de l'événement  $C$  sachant que  $A$  est réalisé. Calculer  $P_A(C)$ .

d. Calculer la probabilité qu'une pièce soit en métal sachant qu'elle est du type  $b$ .

	A	B	
C	1200	2800	4000
M	3200	2800	6000
	4400	5600	

#### 1. Construction du tableau

- 40% des pièces fabriquées sont en céramique :

Il y a donc  $10000 \times 0.4 = 4000$  pièces en céramique.

- 30% des pièces en céramique sont du type  $a$  :

Il y a donc  $4000 \times 0.3 = 1200$  pièces en céramique du type  $a$ .

Nous en déduisons qu'il y a  $4000 - 1200 = 2800$  pièces en céramique du type  $b$ .

- dans les pièces du type  $b$ , il y a autant de pièces métalliques que de pièces en céramique.

Nous avons 2800 pièces du type  $b$  en métal.

2. a. Probabilité que la pièce soit de type  $A$  et en céramique :

$$\text{Prob}(A \cap C) = \frac{1200}{10000} = 0.12$$

2. b. Probabilité que la pièce soit de type  $A$  ou en céramique :

$$\text{Prob}(A \cup C) = \text{Prob}(A) + \text{Prob}(C) - \text{Prob}(A \cap C) = \frac{4400}{10000} + \frac{4000}{10000} - 0.12 = 0.72$$

2. c. Probabilité de l'événement  $C$  sachant que  $A$  est réalisé :

$$P_A(C) = \frac{\text{Prob}(A \cap C)}{\text{Prob}(A)} = \frac{1200}{4400} = 0.273.$$

2. d. Probabilité qu'une pièce soit en métal sachant qu'elle est du type  $b$  :

$$P_B(M) = \frac{\text{Prob}(B \cap M)}{\text{Prob}(B)} = \frac{2800}{5600} = 0.5.$$

### Exercice 3 :

Deux machines  $A$  et  $B$  fabriquent des disques. La machine  $A$  produit 1500 disques par jour ; la machine  $B$  produit 3000 disques par jour.

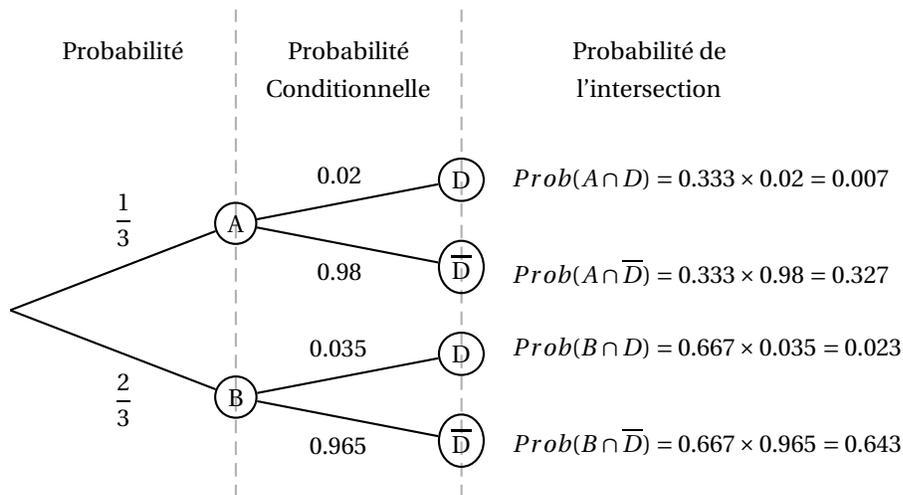
La probabilité pour qu'un disque ait un défaut est de 0,02 s'il est produit par la machine  $A$  et de 0,035 s'il est produit par la machine  $B$ .

On tire un disque au hasard dans la production du jour.

1. Calculer la probabilité des événements suivants :

- $A$  : " Le disque est produit par la machine  $A$  " ;
- $B$  : " Le disque est produit par la machine  $B$  " ;
- $D$  : " Le disque a un défaut " ;

2. Le disque prélevé a un défaut. Quelle est la probabilité qu'il ait été produit par la machine  $A$  ? par la machine  $B$  ?



1. Probabilités :

a.  $A$  : " Le disque est produit par la machine  $A$  " :  $Prob(A) = \frac{1}{3}$

b.  $B$  : " Le disque est produit par la machine  $B$  " :  $Prob(B) = \frac{2}{3}$

c.  $D$  : " Le disque a un défaut " :

$$Prob(D) = Prob(D \cap A) + Prob(D \cap B) = Prob(D/A) \times Prob(A) = 0.02 \times \frac{1}{3} + 0.035 \times \frac{2}{3} = 0.03$$

2. Le disque prélevé a un défaut.

La probabilité qu'il ait été produit par la machine  $A$  est :  $Prob(A/D) = \frac{Prob(A \cap D)}{Prob(D)} = \frac{0.007}{0.03} = 0.222$

La probabilité qu'il ait été produit par la machine  $B$  est :  $Prob(B/D) = \frac{Prob(B \cap D)}{Prob(D)} = \frac{0.023}{0.03} = 0.778$

**Exercice 4 :** Sur un VTT, on considère que les probabilités de crevaisson des pneus avant et arrière pour un parcours donné sont de  $3 \times 10^{-3}$  et  $7 \times 10^{-3}$ .

On suppose de plus que la probabilité de crevaisson du pneu arrière, sachant que le pneu avant est crevé, est de 0,6.  
Calculer la probabilité :

1. d'avoir les deux pneus crevés ;
  2. d'avoir au moins un pneu crevé ;
  3. d'avoir un seul pneu crevé ;
  4. de ne pas avoir de crevaisson.
- 

	AV	$\overline{AV}$	
AR	0.0018		0.007
$\overline{AR}$			
	0.003		

1. Probabilité d'avoir les deux pneus crevés :

$$\text{Prob}(AV \cap AR) = \text{Prob}(AR/AV) \times \text{Prob}(AV) = 0.6 \times 0.003 = 0.0018.$$

2. Probabilité d'avoir au moins un pneu crevé :

$$\text{Prob}(AV \cup AR) = \text{Prob}(AV) + \text{Prob}(AR) - \text{Prob}(AV \cap AR) = 0.003 + 0.007 - 0.0018 = 0.0082$$

3. Probabilité d'avoir un seul pneu crevé :

$$\text{Prob}(AV \cup AR) - \text{Prob}(AV \cap AR) = 0.0082 - 0.0018 = 0.0064$$

4. Probabilité de ne pas avoir de crevaisson :

C'est le contraire d'avoir au moins un pneu crevé.

$$p = 1 - 0.0082 = 0.9918$$