Exercice 1 : **6 points**

Une enquête est faite auprès de 2 500 élèves d'un lycée sans internat, afin de savoir s'ils disposent d'un ordinateur chez eux.
Dans ce lycée, 55 % des élèves sont des demi-pensionnaires.
L'enquête révèle, d'une part que 40 % des élèves de ce lycée disposent d'au moins un ordinateur chez eux et, d'autre part que parmi ces lycéens disposant d'au moins un ordinateur chez eux, 540 ne sont pas demi-pensionnaires.

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs suivants :

	Demi-pensionnaires	Non demi-pensionnaires
Lycéen disposant d'au moins un ordinateur		
Lycéen ne disposant pas d'au moins un ordinateur		

2. On choisit au hasard un élève du lycée. Tous les élèves ont la même probabilité d'être choisis.
On considère les événements suivants :

- D : « L'élève est demi-pensionnaire ».
- O : « L'élève dispose d'au moins un ordinateur chez lui ».

a. Déterminer les probabilités $P(D)$, $P(O)$ et $P(D \cap O)$.

b. Les événements D et O sont-ils indépendants ? Justifier.

c. Déterminer $P(D \cup O)$.

d. Déterminer la probabilité de D sachant O réalisé.

Exercice 2 : **5 points**

Une entreprise est spécialisée dans la vente de câbles métalliques. Ces câbles proviennent de deux fournisseurs A et B, dans les proportions de 60% et 40%, qui livrent l'un et l'autre deux catégories de produits désignés par C_1 et C_2. Dans les livraisons de A figurent 50% de câbles C_1 et 50% de câbles C_2 ; dans celles de B figurent 20% de câbles C_1 et 80% de câbles C_2. Sans distinction de provenances et de catégories, ces câbles sont proposés à la vente.
$A \cap C_1$ désigne l'événement " un câble pris au hasard dans le stock de vente provient de A et il est de la catégorie C_1 ".

1. Faire un arbre pondéré représentant la situation

2. **a.** Calculer la probabilité de cet événement $A \cap C_1$.

b. Calculer la probabilité de l'événement $B \cap C_1$.

c. En déduire la probabilité, notée $P(C_1)$, qu'un câble pris au hasard dans le stock de vente soit de la catégorie C_1.

3. Un câble est pris au hasard ; on constate que c'est un câble de la catégorie C_1. Quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur B ?

Exercice 3 : **9 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)^2 e^x$.
Sa courbe représentative $\mathscr{C}$ est donnée dans le repère au dessous.

1. **a.** Déterminer, en justifiant, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

   b. On rappelle que, pour tout entier naturel n : $\lim\limits_{x \to -\infty} x^n e^x = 0$. Déterminer, en justifiant, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

   c. Interpréter géométriquement le résultat obtenu au b).

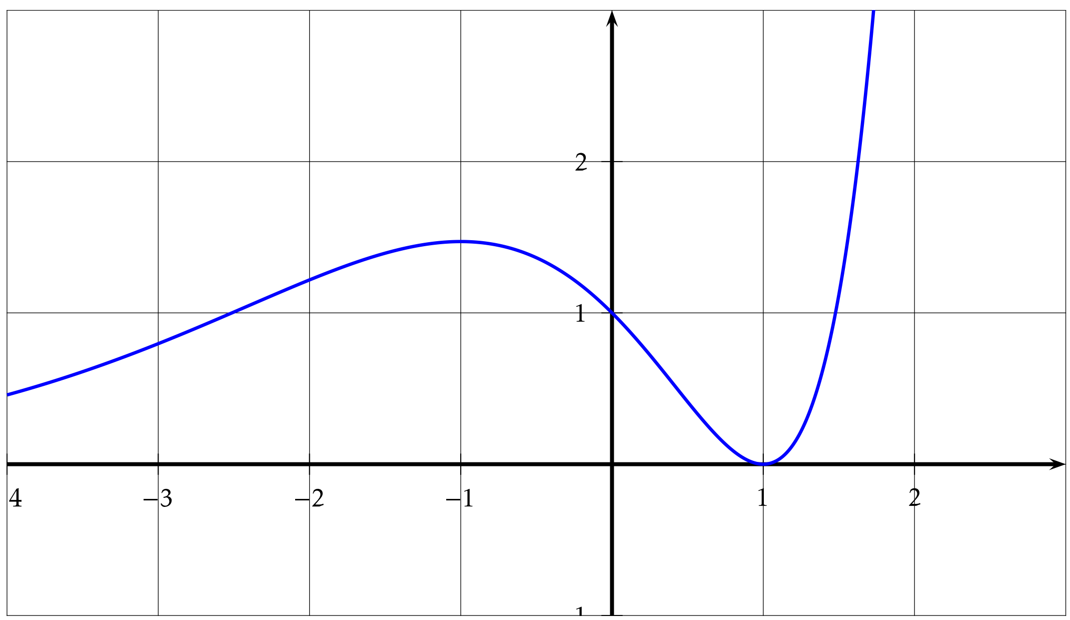
2. **a.** Démontrer que, pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = (x^2-1)e^x$

   b. Déterminer, en justifiant le signe de $f'(x)$.

   c. En déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.

3. **a.** Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

   b. Tracer T dans le repère ci-dessous.



Exercice 1 : **6 points**

1. Tableau des effectifs :

	Demi-pensionnaires	Non demi-pensionnaires	
Lycéen disposant d'au moins un ordinateur	460	540	1000
Lycéen ne disposant pas d'au moins un ordinateur	915	585	1500
	1375	1125	

2. On choisit au hasard un élève du lycée. Tous les élèves ont la même probabilité d'être choisis.

a. Déterminer les probabilités $P(D)$, $P(O)$ et $P(D \cap O)$
55% des élèves sont des demi-pensionnaires donc $P(D) = 0.55$
40% des élèves de ce lycée disposent d'au moins un ordinateur chez eux donc $P(O) = 0.4$
Parmi les lycéens disposant d'au moins un ordinateur chez eux (qui sont au nombre de $2500 \times 0.4 = 1000$),
540 ne sont pas demi-pensionnaires.
Il reste donc $1000 - 540 = 460$ lycéens demi-pensionnaires disposant d'au moins un ordinateur chez eux.
Nous en déduisons $P(D \cap O) = \dfrac{460}{2500} = 0.184$.

b. Les événements D et O sont-ils indépendants ? Justifier.
$P(D) \times P(O) = 0.55 \times 0.4 = 0.22$ donc $P(D) \times P(O) \neq P(D \cap O)$. On en déduit que D et O ne sont pas indépendants

c. Déterminer $P(D \cup O)$: $P(D \cup O) = P(D) + P(O) - P(D \cap O) = 0.55 + 0.4 - 0.184 = 0.766$

d. Déterminer la probabilité de D sachant O réalisé : $P(D/O) = \dfrac{P(D \cap O)}{P(O)} = \dfrac{0.184}{0.4} = 0.46$

Exercice 2 : **5 points**

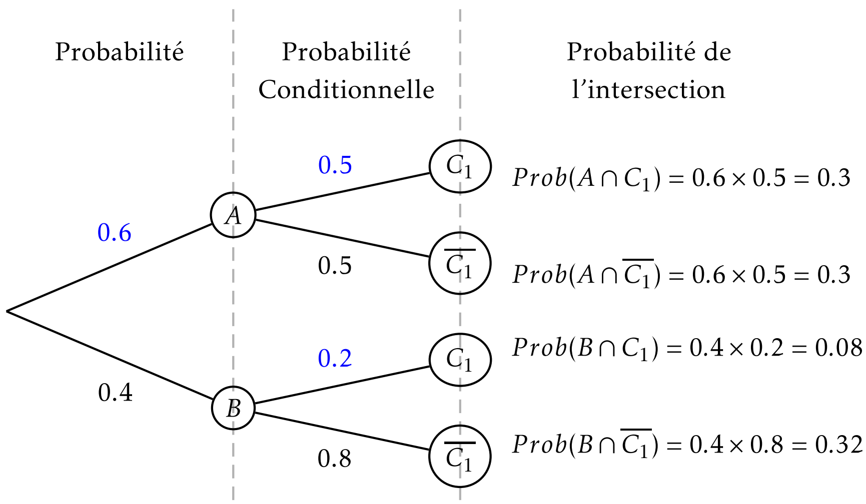
Une entreprise est spécialisée dans la vente de câbles métalliques. Ces câbles proviennent de deux fournisseurs A et B, dans les proportions de 60% et 40%, qui livrent l'un et l'autre deux catégories de produits désignés par C_1 et C_2. Dans les livraisons de A figurent 50% de câbles C_1 et 50% de câbles C_2 ; dans celles de B figurent 20% de câbles C_1 et 80% de câbles C_2. Sans distinction de provenances et de catégories, ces câbles sont proposés à la vente.
$A \cap C_1$ désigne l'événement " un câble pris au hasard dans le stock de vente provient de A et il est de la catégorie C_1 ".

1. Faire un arbre pondéré représentant la situation
2. a. Calculer la probabilité de cet événement $A \cap C_1$.
   b. Calculer la probabilité de l'événement $B \cap C_1$.
   c. En déduire la probabilité, notée $P(C_1)$, qu'un câble pris au hasard dans le stock de vente soit de la catégorie C_1.
3. Un câble est pris au hasard ; on constate que c'est un câble de la catégorie C_1. Quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur B ?

Données :

1. $p(A) = 0.6$
2. $p(C_1/A) = 0.5$
3. $p(C_1/B) = 0.2$

1. Arbre de probabilité :



2. a. $Prob(A \cap C_1) = 0.6 \times 0.5 = 0.3$.
   b. $Prob(B \cap C_1) = 0.4 \times 0.2 = 0.08$.
   c. $p(C_1) = p(C_1 \cap A) + p(C_1 \cap \overline{A}) = 0.3 + 0.08 = 0.38$.
3. On cherche la probabilité de B/C_1

$$p(B/C_1) = \frac{p(B \cap C_1)}{p(C_1)} = \frac{0.08}{0.38} = 0.211$$

Exercice 3 :

1. **a.** Limite en $+\infty$: $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)^2=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\mathrm{e}^x=+\infty\end{array}\right\}\quad \lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)^2\mathrm{e}^x=+\infty.$

   b. $f(x)=(x-1)^2\mathrm{e}^x=(x^2-2x+1)\mathrm{e}^x=x^2\mathrm{e}^x-2x\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^x.$

   $\lim\limits_{x\to-\infty}x^2.\mathrm{e}^x=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}-2x.\mathrm{e}^x=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\mathrm{e}^x=0$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0.$

   c. Nous pouvons en déduire que la courbe $\mathcal{C}$ admet la droite d'équation $y=0$ pour asymptote en $-\infty$

2. **a.** $f(x)=(x^2-2x+1)\mathrm{e}^x$ donc $f'(x)=(2x-2)\mathrm{e}^x+(x^2-2x+1)\mathrm{e}^x=(2x-2+x^2-2x+1)\mathrm{e}^x=(x^2-1)\mathrm{e}^x.$

   $f'(x)=(x^2-1)\mathrm{e}^x=(x-1)(x+1)\mathrm{e}^x$ donc $f'(x)$ est du signe de $(x+1)(x-1)$ car l'exponentielle est toujours positive.

   b. Tableau signe de $f'(x)$ et de variation de f : $f(-1)=(-1-1)^2\mathrm{e}^{-1}=4\mathrm{e}^{-1}=\dfrac{4}{\mathrm{e}}$ et $f(1)=(1-1)^2\mathrm{e}^1=0$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	0	$\nearrow$	$\dfrac{4}{\mathrm{e}}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3. **a.** Equation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 :
   $f(0)=1$ et $f'(0)=-1$ donc une équation est $y=-1(x-0)+1=-x+1.$