Exercice 1 :
Calculer les intégrales suivantes :

1. $\mathrm{I}_1 = \displaystyle\int_{-2}^{2} 3x^2 + 2x + 4.dx.$ **2.** $\mathrm{I}_2 = \displaystyle\int_{1}^{4} 4t^2 + \frac{5}{t^2}.dx$ **3.** $\mathrm{I}_3 = \displaystyle\int_{0}^{1} 3x^2(x^3-2)^3.dx$

Exercice 2 :
Soit la fonction f définie sur $[\,-1;\,+\infty\,[$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-2x} + 2x - 3$.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. **a.** Déterminer $f\,'(x)$
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.
3. Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm. Tracer la courbe $\mathcal{C}$.
4. Calculer l'intégrale $\mathrm{I}_1 = \displaystyle\int_{0}^{1} \mathrm{e}^{-2x} + 2x - 3.dx$.
5. Déterminer, en justifiant, le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,1]$
6. En déduire, l'aire $\mathcal{A}$, en cm^2, de la partie du plan comprise entre la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$.

Exercice 3 :
Une machine fabrique en grande série des tuyaux de diamètre nominal 90 mm.
La probabilité qu'un tuyau prélevé au hasard dans la production soit non conforme est 0,05.
On prélève au hasard n tuyaux. La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage de n tuyaux avec remise.
On appelle Y la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de n tuyaux, associe le nombre de tuyaux non conformes.

1. Expliquer pourquoi Y suit une loi binômiale. En déterminer les paramètres.
2. Dans cette question on prend $n = 12$. Déterminer une valeur décimale approchée, à 10^{-3} près de la probabilité de l'événement E : « Obtenir exactement deux tuyaux non conforme ».
3. Dans cette question on prend $n = 30$. On considère que la loi Y peut être approchée par un loi de Poisson.
   a. Quel est le paramètre de cette loi ?
   b. Á l'aide de cette loi de Poisson déterminer une valeur approchée, à 10^{-2} près, de la probabilité d'avoir au moins trois tuyaux non conformes.

Exercice 4 :
Dans une entreprise, un stage de formation à l'utilisation d'un nouveau logiciel de gestion a été suivi par 30 % du personnel. Ainsi, la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans l'entreprise ait suivi ce stage est $p = 0,3$.
On choisit au hasard n personnes de cette entreprise. On suppose l'effectif suffisamment important pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

1. Dans cette question $n = 15$.
   On note X la variable aléatoire qui, à tout ensemble de 10 personnes ainsi choisies, associe le nombre de personnes ayant suivi le stage.
   a. Expliquer pourquoi X suit une loi binômiale. indiquer les paramètres de cette loi.
   b. Déterminer, à 10^{-2} près, la probabilité des événements suivants :
   E_1 : « Parmi 10 personnes choisies au hasard, exactement 2 personnes ont suivi le stage ».
   E_2 : « Parmi 10 personnes choisies au hasard, au plus une personne a suivi le stage ».
2. Dans cette question $n = 400$.
   On note Y la variable aléatoire qui, à tout ensemble de 500 personnes ainsi choisies, associe le nombre de personnes ayant suivi le stage. On admet que la variable aléatoire Y suit le loi binômiale de paramètres $n = 400$ et $p = 0,3$.
   a. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire Y. En donner une interprétation.
   Déterminer une valeur approchée arrondie à 10^{-1} près, de l'écart type de la variable Y.
   b. On décide d'approcher la loi de la variable aléatoire Y par la loi normale de moyenne 120 et d'écart type 9,2.
   On note Z une variable aléatoire suivant cette loi.
   En utilisant cette approximation, calculer la probabilité qu'au plus 100 personnes, parmi les 400 choisies au hasard, aient suivi le stage, c'est à dire $P(Z \leq 100,5)$. Donner ce résultat à 10^{-2} près.

Exercice 1 :

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\mathrm{I}_1 = \displaystyle\int_{-2}^{2} 3x^2 + 2x + 4.dx = \left[x^3 + x^2 + 4x\right]_{-2}^{2} = \left(2^3 + 2^2 + 4 \times 2\right) - \left((-2)^3 + (-2)^2 + 4 \times (-2)\right)$

   $\mathrm{I}_1 = (8 + 4 + 8) - (-8 + 4 - 8) = 32.$

2. $\mathrm{I}_2 = \displaystyle\int_{1}^{4} 4t^2 + \frac{5}{t^2}.dt = \left[4\frac{t^3}{3} - 5\frac{1}{t}\right]_1^4 = \left(4\frac{4^3}{3} - 5\frac{1}{4}\right) - \left(4\frac{1}{3} - 5\frac{1}{1}\right) = 87,75.$

3. $\mathrm{I}_3 = \displaystyle\int_{0}^{1} 3x^2(x^3 - 2)^3.dx = \left[\frac{(x^3 - 2)^4}{4}\right]_0^1$ Forme $u\,'u^3$ de primitive $\dfrac{u^4}{4}$.

   $\mathrm{I}_3 = \dfrac{(1^3 - 2)^4}{4} - \dfrac{(0^3 - 2)^4}{4} = \dfrac{1}{4} - 4 = -3,75.$

Exercice 2 :

Soit la fonction f définie sur $[\,-1;\,+\infty\,[$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-2x} + 2x - 3$.

1. Limite de f en $+\infty$.

   $$\left.\begin{array}{l} \displaystyle\lim_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-2x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\mathrm{e}^{2x}} = 0 \\ \displaystyle\lim_{x \to +\infty} 2x - 3 = +\infty \end{array}\right\} \text{ On en déduit } \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty.$$

2. **a.** e^{-2x} est de la forme e^{u} de dérivée $u\,'\mathrm{e}^{u}$ avec $u = -2x$ et $u\,' = -2$. d'où $f'(x) = -2.\mathrm{e}^{-2x} + 2$.

   b. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -2.\mathrm{e}^{-2x} + 2 > 0 \Leftrightarrow -2.\mathrm{e}^{-2x} > -2 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{-2x} < 1 \Leftrightarrow \ln(\mathrm{e}^{-2x}) < \ln 1 \Leftrightarrow -2x < 0 \Leftrightarrow x > 0.$

   D'où le tableau de variation :

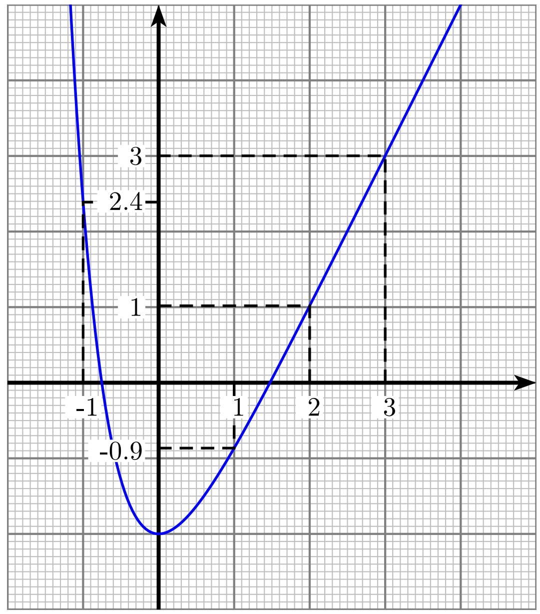
x	-1		0		$+\infty$
$f\,'$		$-$	0	$+$	
f	$\mathrm{e}^2 - 5$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3. Courbe $\mathcal{C}$ en annexe.

4. $\mathrm{I}_1 = \displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{-2x} + 2x - 3.dx == \left[-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x} + x^2 - 3x\right]_0^1 = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2} + 1 - 3 + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{0} = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2} - \frac{3}{2} = -1,57$ à 10^{-2} près.

5. La fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ et de plus $f(1) = 1.881$ donc f est négative sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.

6. Comme f est négative sur l'intervalle $[\,0\,;\,1]$, nous avons $\mathcal{A} = -\displaystyle\int_0^1 f(x).dx = -I_1 = 1,57$ cm ^{2} à 10^{-2} près.



Exercice 3 :

1. Les tirages sont avec remise donc indépendants et pour chaque tirage la probabilité que le tuyau soit non conforme est égale à 0.05donc Y suit la loi binômiale $\mathcal{B}(n; 0.05)$.

2. Ici, $n = 12$ et on cherche $P(Y = 1)$: $P(Y = 1) = C_{12}^{2} \times 0.05^{2} \times 0.95^{10} = 0.099$ à 10^{-3} près.

3. **a.** Le paramètre de cette loi de poisson est $\lambda = n \times p = 30 \times 0.05 = 1.5$.

b. Ici, on cherche $P(Y \geq 3)$. Le calcul se fait avec l'événement contraire : $P(Y \geq 3) = 1 - P(Y < 3) = 1 - P(Y \leq 2)$.
Avec la table du formulaire : $P(Y \geq 3) = 1 - 0,223 - 0,335 - 0,251 = 0,191$ à 10^{-2}.

Exercice 4 :

1. Dans cette question $n = 15$.

a. Les tirages sont avec remise donc indépendants et pour chaque tirage la probabilité que la personne ait suivi le stage est égale à 0,3 donc Y suit la loi binômiale $\mathcal{B}(15; 0,3)$.

b. E_1 : On cherche $P(X = 2) = C_{15}^{2} \times 0.3^{2} \times 0.7^{13} = 0.09$ à 10^{-2} près.
E_2 : On cherche $P(X \leq 1) = C_{15}^{0} \times 0.3^{0} \times 0.7^{15} + C_{15}^{1} \times 0.3^{1} \times 0.7^{14} = 0,04$ à 10^{-2} près.

2. Dans cette question $n = 400$.

a. $n = 400$ et $p = 0,3$ donc $E(Y) = np = 400 \times 0,3 = 120$.
Cela signifie que lorsque l'on choisit 400 personnes au hasard, il y a environ 120 personnes qui ont suivi le stage.
$\sigma(Y) = \sqrt{npq} = \sqrt{400 \times 0,3 \times 0,7} = 9.2$ à 10^{-1} près.

b. On détermine $P(Z < 100.5)$.
$X < 100.5 \Leftrightarrow X - 120 < 100.5 - 120 \Leftrightarrow \dfrac{X - 120}{9.2} < \dfrac{100.5 - 120}{9.2} \Leftrightarrow Z < -2.12$
$P(X < 100.5) = P(Z < -2.12) = \pi(-2.12) = 1 - \pi(2.12) = 1 - 0.98 = 0.02$ ou 2 %.