Exercice 1: [Exercice 13 page 47]

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 4(x-1)^2 - 3(x^2 - x - 1)$

1. **a.** Déterminer la forme développée et réduite de $g(x)$.
   b. Déterminer la forme canonique de $g(x)$. Peut-on factoriser $g(x)$?
2. Répondre aux questions suivantes en choisissant la forme de $g(x)$ qui paraît la plus adéquate pour résoudre le problème posé.
   a. Calculer les images par g de 0 ; 3 et $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.
   b. Trouver l'extremum de g sur $\mathbb{R}$.
   c. Résoudre l'équation $g(x) = 0$.
   d. Résoudre l'inéquation $g(x) \geq 0$.
   e. Tracer l'allure de la courbe représentative de g.

Exercice 2: [Exercice 16 page 47]

On sait qu'une parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passe par les points A(0 ; 3), B(1 ; 5) et C(2 ; 15).

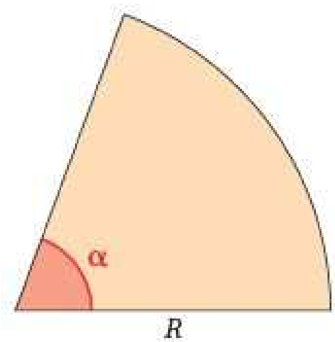
a Écrire un système de trois équations d'inconnues a, b et c traduisant le fait que les points A, B et C appartiennent à la parabole $\mathcal{P}$.

b Résoudre ce système.

c Tracer la parabole $\mathcal{P}$.

Exercice 3: [Problème ouvert page 43]

On souhaite confectionner des bredele en forme de secteur circulaire à l'aide d'un emporte-pièce de périmètre 20 cm. Déterminer le rayon et l'angle du secteur de manière à rendre l'aire des bredele maximale.



Exercice 4: [Exercice 11 page 219]

Déterminer la mesure principale des angles orientés de vecteurs ayant comme mesure :

$$7\pi; \quad -1000\pi; \quad \frac{2015\pi}{4}; \quad -\frac{500\pi}{3}; \quad 100; \quad -25.$$

Exercice 1: [Exercice 13 page 47]

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 4(x-1)^2 - 3(x^2 - x - 1)$

1. **a.** Développer et réduire $g(x)$:
$4(x-1)^2 - 3(x^2 - x - 1) = 4(x^2 - 2x + 1) - 3x^2 + 3x + 3 = 4x^2 - 8x + 4 - 3x^2 + 3x + 3 = x^2 - 5x + 7$

   b. Forme canonique de $g(x)$: $g(x) = x^2 - 5x + 7 = (x - 2,5)^2 - 6,25 + 7 = (x - 2,5)^2 + 0,75$.
On ne peut pas factoriser car on a une somme de deux nombres positifs.

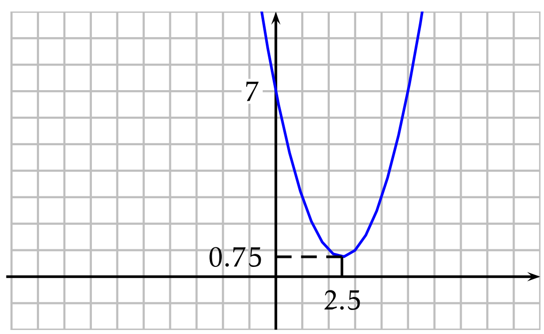
2. **a.** Calculs : $g(0) = 0^2 - 5 \times 0 + 7 = 7$. $g(3) = 3^2 - 5 \times 3 + 7 = 1$.
$g(\sqrt{2}+\sqrt{3}) = (\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 - 5(\sqrt{2}+\sqrt{3}) + 7 = 2 + 3 + 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 7 = 12 + 2\sqrt{6} - 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$

   b. Extremum :
$g(x) = (x - 2,5)^2 + 0,75$ donc la parabole est dirigée vers le haut avec pour sommet le point S(2,5 ; 0,75).
L'extremum est est donc un minimum égal à 0,75. Il est atteint pour la valeur $x = 2,5$.

   c. Equation $g(x) = 0$: $g(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 2,5)^2 + 0,75 = 0 \Leftrightarrow (x - 2,5)^2 = -0,75$.
Un carré ne peut pas être négatif donc $S = \emptyset$.

   d. Inéquation $g(x) \geq 0$:
Comme g admet un minimum positif, on a pour tout réel, $g(x) \geq 0$ donc S=$\mathbb{R}$.

   e. Tracer l'allure de la courbe représentative de g.



Exercice 2: [Exercice 16 page 47]

On sait qu'une parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passe par les points A(0 ; 3), B(1 ; 5) et C(2 ; 15).

a Ecriture du système :

A(0 ; 3) $\in \mathscr{P} \Leftrightarrow 3 = a \times 0^2 + b \times 0 + c \Leftrightarrow 3 = c$.

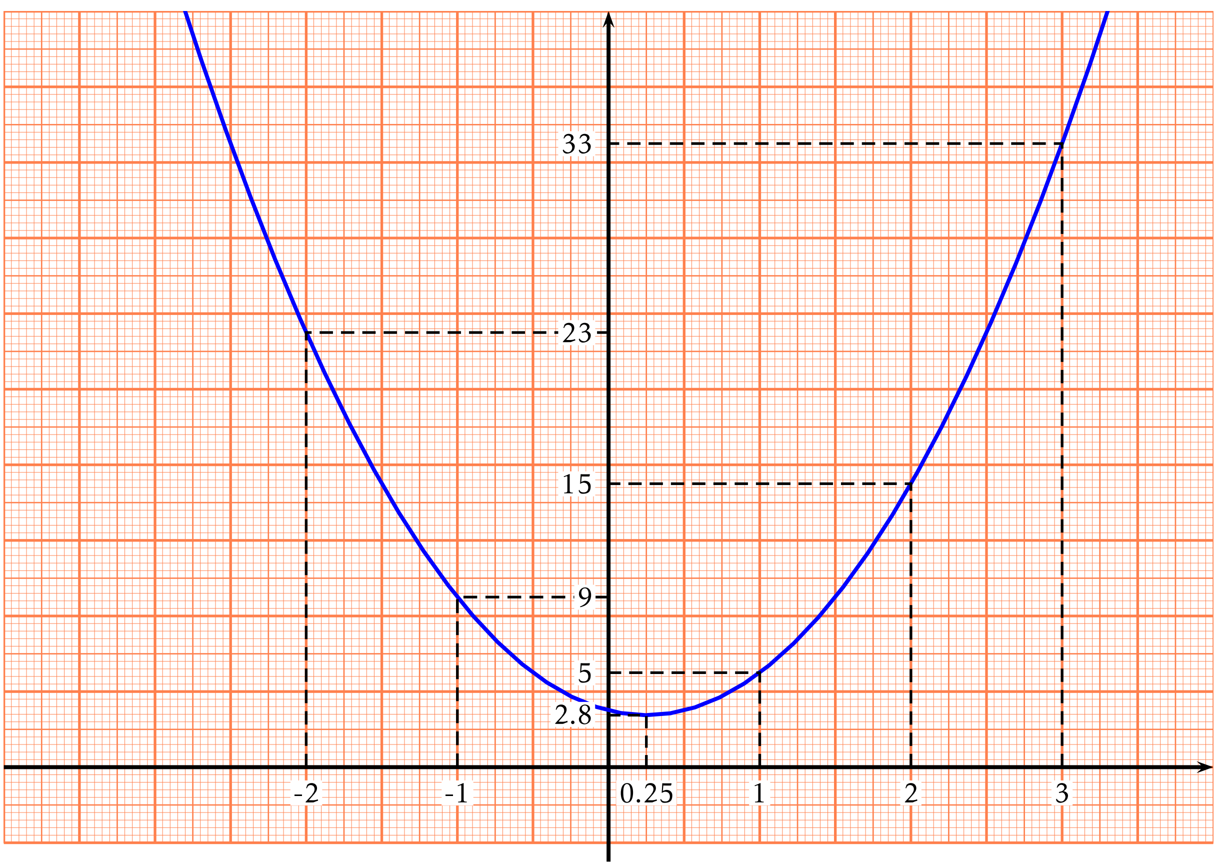
B(1 ; 5) $\in \mathscr{P} \Leftrightarrow 5 = a \times 1^2 + b \times 1 + c \Leftrightarrow 5 = a + b + 3$.

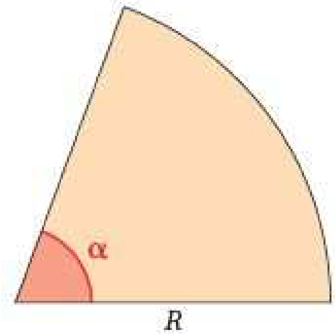
C(2 ; 15)$\in \mathscr{P} \Leftrightarrow 15 = a \times 2^2 + b \times 2 + c \Leftrightarrow 15 = 4a + 2b + c$.

d'où le système $\begin{cases} c = 3 \\ a + b + 3 = 5 \\ 4a + 2b + 3 = 15 \end{cases}$

b Résolution : La seconde équation permet d'écrire $b = 5 - 3 - a = 2 - a$.
En remplaçant b par $2 - a$ dans la troisième équation, nous obtenons
$4a + 2(2 - a) + 3 = 15 \Leftrightarrow 4a + 4 - 2a + 3 = 15 \Leftrightarrow 2a = 8 \Leftrightarrow a = 4$. On en déduit $b = -2$.
Conclusion : $a = 4$, $b = -2$ et $c = 3$ donc l'équation de la parabole est $y = 4x^2 - 2x + 3$.

c Tracer la parabole $\mathscr{P}$. Il s'agit donc d'un tracé précis fait sur une feuille millimétrée.





Exercice 3: [Problème ouvert page 43]

On souhaite confectionner des bredele en forme de secteur circulaire à l'aide d'un emporte-pièce de périmètre 20 cm. Déterminer le rayon et l'angle du secteur de manière à rendre l'aire des bredele maximale.

l'aire du secteur est proportionnelle à l'angle d'où le tableau de proportionnalité :

Angle en radian	2π	α
Aire	πR^2	$\mathscr{A}$

On en déduit $\mathscr{A} = \dfrac{\pi R^2 \alpha}{2\pi} = \dfrac{R^2\alpha}{2}$.

la longueur de l'arc est proportionnelle à l'angle d'où le tableau de proportionnalité :

Angle en radian	2π	α
Aire	$2\pi R$	ℓ

On en déduit $\ell = \dfrac{2\pi R\alpha}{2\pi} = R\alpha$.

Le périmètre est égal à 20 cm donc $2R + \ell = 20 \Leftrightarrow 2R + R\alpha = 20$. On en déduit $\alpha = \dfrac{20-2R}{R}$.

Il suffit alors de remplacer dans l'expression de l'aire : $\mathscr{A} = \dfrac{R^2\alpha}{2} = \dfrac{R^2}{2}\dfrac{20-2R}{R} = R(10-R) = -R^2 + 10R$.

Cherchons la forme canonique : $\mathscr{A} = -R^2 + 10R = -(R^2 - 10R) = -[(R-5)^2 - 25] = -(R-5)^2 + 25$.

On en déduit que l'aire est maximale pour $R = 5$ et que l'aire maximale vaut 25 cm^2

On en déduit alors que $\ell = 10$ et que $\alpha = 2rd$.

Exercice 4: [Exercice 11 page 219]

Déterminer la mesure principale des angles orientés de vecteurs ayant comme mesure :

$$7\pi; \quad -1000\pi; \quad \frac{2015\pi}{4}; \quad -\frac{500\pi}{3}; \quad 100; \quad -25.$$

$\boxed{7\pi} = 3 \times 2\pi + \pi$. La détermination principale est π.

$\boxed{-1000\pi} = -500 \times 2\pi + 0$. La détermination principale est 0.

$\boxed{\dfrac{2015\pi}{4}}$: $2\pi = 8 \times \dfrac{\pi}{4}$ je divise 2015 par 8 : $2015 = 251 \times 8 + 7$ donc $\dfrac{2015\pi}{4} = 251 \times 2\pi + 7\dfrac{\pi}{4}$.

$7\dfrac{\pi}{4}$ n'est pas une détermination principale, il faut lui enlever 2π.

La détermination principale de $\dfrac{2015\pi}{4}$ est $-\dfrac{\pi}{4}$.

$\boxed{-\dfrac{500\pi}{3}}$: $2\pi = 6 \times \dfrac{\pi}{3}$ je divise 500 par 6 : $500 = 283 \times 6 + 2$. $-\dfrac{500\pi}{3} = -83 \times 2\pi - \dfrac{2\pi}{3}$.

La détermination principale est $-\dfrac{2\pi}{3}$.

$\boxed{100}$: $\dfrac{100}{\pi} \simeq 31,\ldots$ donc $31\pi < 100 < 32\pi$. La détermination principale de 100 est $100 - 32\pi$.

$\boxed{25}$: $\dfrac{25}{\pi} \simeq 7,\ldots$ donc $7\pi < 25 < 8\pi$ ou $-8\pi < -25 < -7\pi$. La détermination principale de 25 est $-25 + 8\pi$.