Exercice 1 :
Au 1er janvier 2015, Chloé débute dans une entreprise avec un salaire mensuel de 1500 €. Il est prévu dans son contrat une augmentation mensuelle de 7 € par mois à partir du deuxième mois.
Pour tout entier naturel n, on note a_n son salaire à la fin du $n^{\text{ème}}$ mois.

1. **a.** Expliquer ce que sont a_1, a_2, a_3, a_4. Calculer leur valeur.
   b. Exprimer, en justifiant votre réponse, a_{n+1} en fonction de a_n.
   c. En déduire la nature de la suite a_n et l'expression de a_n en fonction de n.
2. Donner, en justifiant, le rang du premier mois où son salaire mensuel dépassera 2000 €. ?
3. En détaillant le calcul, déterminer au 1er janvier 2020, la somme totale perçue par Chloé depuis son embauche

Exercice 2 :
Une retenue d'eau artificielle est alimentée par un ruisseau dont le débit diminue de 20% d'un jour à l'autre à cause de la chaleur du mois de juin. Pour la journée du 1er juin, le débit d_1 est égal à 300 m^3.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit au cours du $n^{\text{ème}}$ jour.

1. Calculer les débits d_2 et d_3 des 2 et 3 juin.
2. En justifiant votre réponse, exprimer d_{n+1} en fonction de d_n. En déduire la nature de la suite d_n et l'expression de d_n en fonction de n.
3. En détaillant le calcul, déterminer le volume d'eau apporté dans la retenue au cours des 30 jours du mois de juin.

Exercice 3 :

Une suite (u_n) est définie par $u_0 = 1$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 0,5u_n + 8,5$

1. Calculer les valeurs de u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4.
2. **a.** Représenter graphiquement les droites d'équations $y = 0,5x + 8,5$ et $y = x$.
   b. Représenter alors les termes de la suite (u_n).
   c. Que peut-on en déduire ?
3. On définit, pour tout n, la suite (v_n) par $v_n = 17 - u_n$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,5.
   b. Donner l'expression de v_n en fonction de n.
   c. En déduire l'expression de (u_n) en fonction de n.
   d. Justifier que la suite (v_n) est décroissante vers 0.
   e. En déduire les variations de la suite (u_n).

Exercice 1 :
Au 1$^{\text{er}}$ janvier 2015, Chloé débute dans une entreprise avec un salaire mensuel de 1500 €. Il est prévu dans son contrat une augmentation mensuelle de 7 € par mois à partir du deuxième mois.
Pour tout entier naturel n, on note a_n son salaire à la fin du $n^{\text{ème}}$ mois.

1. **a.** Expliquer ce que sont a_1, a_2, a_3, a_4.Calculer leur valeur.

   Fin janvier 2015, le salaire est $a_1 = 1500$ €.
   Fin février 2015, le salaire est $a_2 = 1507$ €.
   fin mars 2015, le salaire est $a_3 = 1514$ €.
   Fin avril 2015, le salaire est $a_4 = 1521$ €.

   b. Exprimer, en justifiant votre réponse, a_{n+1} en fonction de a_n.

   Le salaire augmente de 7 € par mois donc $a_{n+1} = a_n + 7$.

   c. En déduire la nature de la suite (a_n) et l'expression de a_n en fonction de n.

   La suite (a_n) est arithmétique de raison 7 et $a_n = a_1 + 7(n-1) = 1500 + 7(n-1)$.

2. **a.** Donner, en justifiant, le rang du premier mois où son salaire mensuel dépassera 2000 €.

   $a_n > 2000 \Leftrightarrow 1500 + 7(n-1) > 2000 \Leftrightarrow 7(n-1) > 500 \Leftrightarrow n-1 > \dfrac{500}{7} \Leftrightarrow n > \dfrac{500}{7} + 1.$

   $\dfrac{500}{7} + 1 \simeq 72.4$ donc le rang du premier mois où son salaire mensuel dépassera 2000 € est égal à 73.

   b. En détaillant le calcul, déterminer au 1$^{\text{er}}$ janvier 2020, la somme totale perçue par Chloé depuis son embauche.

   Au 1$^{\text{er}}$ janvier 2020, Chloé a perçu les salaires de 2015 à 2019, soit 5 années ou 60 mois.
   Le dernier salaire est $a_{60} = 1500 + (60-1) \times 7 = 1913$.
   $a_1 + a_2 + \ldots + a_{60} = \dfrac{60(1500 + 1913)}{2} = 102\,390.$
   La somme totale perçue par Chloé depuis son embauche est égale à 102 390 €.

Exercice 2 :
Une retenue d'eau artificielle est alimentée par un ruisseau dont le débit diminue de 20% d'un jour à l'autre à cause de la chaleur du mois de juin. Pour la journée du 1$^{\text{er}}$ juin, le débit d_1 est égal à 300 m^3.
Pour tout entier naturel n, on note d_n le débit au cours du $n^{\text{ème}}$ jour.

1. Calculer les débits d_2 et d_3 des 2 et 3 juin.

   $d_2 = 300 - 300 \times \dfrac{20}{100} = 300 \times 0,8 = 240$ et $d_3 = 240 \times 0,8 = 192.$

2. En justifiant votre réponse, exprimer d_{n+1} en fonction de d_n. En déduire la nature de la suite d_n et l'expression de d_n en fonction de n.

   Le débit diminue de 20% par mois, ce qui donne un coefficient multiplicateur de 0,8. $d_{n+1} = d_n \times 0,8$.
   La suite (d_n) est géométrique de raison 0,8 donc $d_n = d_1 \times 0,8^{n-1} = 300 \times 0,8^{n-1}$.

3. En détaillant le calcul, déterminer le volume d'eau apporté dans la retenue au cours des 30 jours du mois de juin.

   $d_1 + d_2 + \ldots + d_{30} = 300\dfrac{1 - 0,8^{30}}{1 - 0.8} = 1\,498{,}14.$
   Le volume d'eau apporté dans la retenue au cours des 30 jours du mois de juin est de 1 498,14 m^3.

Exercice 3 :

Une suite (u_n) est définie par $u_0 = 1$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 0,5u_n + 8,5$

1. Calculer les valeurs de u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4.

$u_1 = 9$, $u_2 = 13$, $u_3 = 15$, $u_4 = 16$,

2. Représentation graphique. Que peut-on en déduire ?

D'après le graphique la suite (u_n) semble croissante de limite 17.

3. On définit, pour tout n, la suite (v_n) par $v_n = 17 - u_n$.

   a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,5.

   $v_{n+1} = 17 - u_{n+1} = 17 - 0,5u_n - 8,5 = 8,5 - 0,5u_n = 0,5(17 - u_{n)} = 0,5v_n$.
   La suite (v_n) est donc géométrique de raison 0,5.

   b. Donner l'expression de v_n en fonction de n.

   $v_0 = 17 - u_0 = 16$. Nous pouvons alors écrire $v_n = v_n \times 0,5^n = 16 \times 0,5^n$

   c. En déduire l'expression de (u_n) en fonction de n.

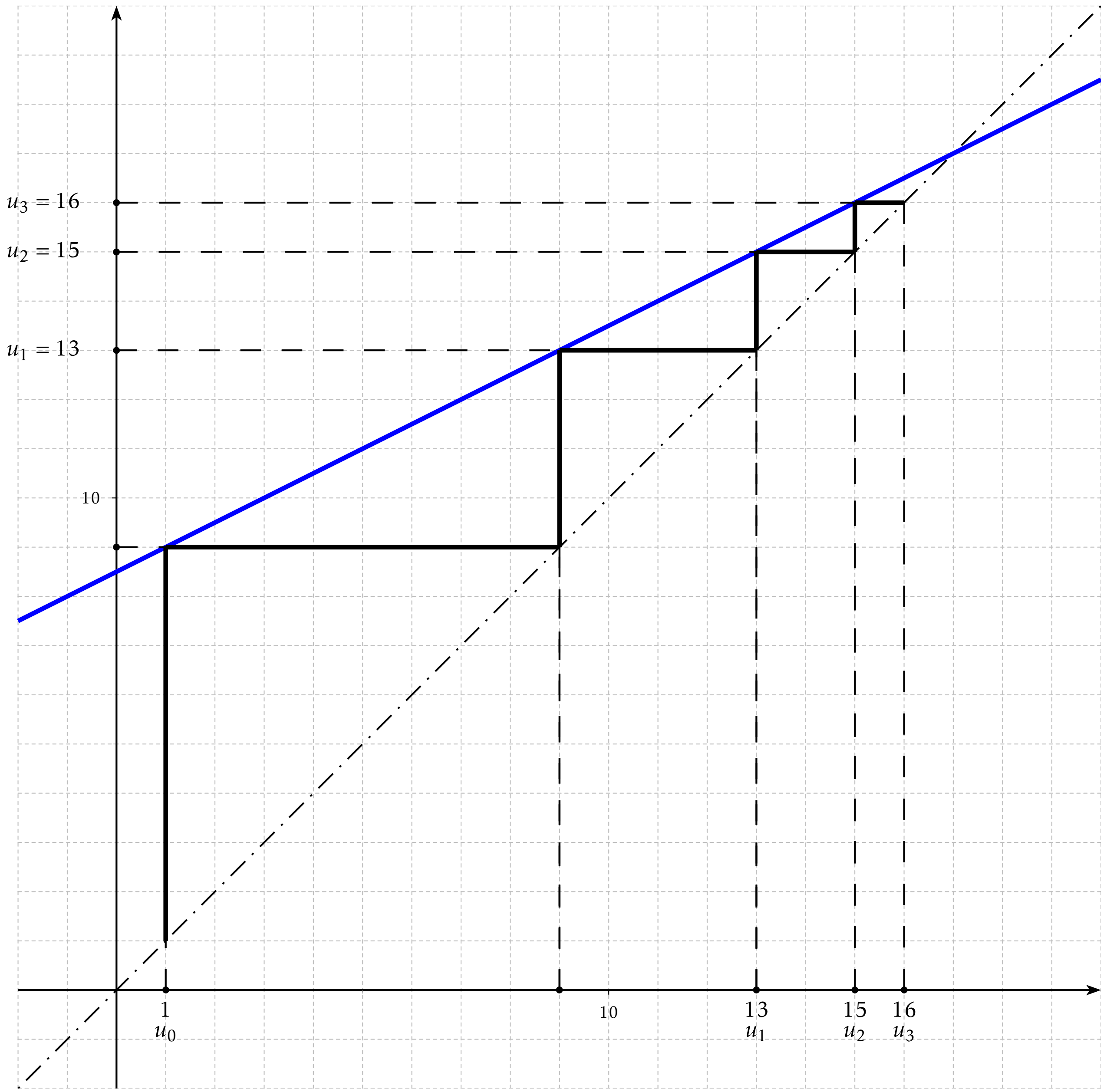
   Nous en déduisons $u_n = 17 - v_n = 17 - 16 \times 0,5^n$

   d. Justifier que la suite (v_n) est décroissante vers 0.

   La suite (v_n) est géométrique de raison 0,5 avec $v_0 > 0$ donc (v_n) est décroissante de limite 0.

   e. En déduire les variations de la suite (u_n).

   D'après ce qui précède, $-v_n$ est croissante donc $u_n = 17 - v_n$ est aussi croissante et admet pour limite 17.


$u_3 = 16$
$u_2 = 15$
$u_1 = 13$
10
1
u_0
10
13
u_1
15
u_2
16
u_3